

4.3.

## OBEČNA' ROVNICE ROVINY

### Úlohy

- 4.10 Napište obecnou rovnici roviny  $ABC$ .
- $A[1; 1; 4]$ ,  $B[-1; 2; 1]$ ,  $C[0; -1; 0]$
  - $A[2; 3; 1]$ ,  $B[1; 0; 1]$ ,  $C[-3; -2; -1]$
  - $A[1; -1; 2]$ ,  $B[3; 1; 1]$ ,  $C[1; -3; 3]$
- 4.11 Zjistěte, zda bod  $M$  leží v rovině  $\rho$ .
- $M[1; 1; -1]$ ,  $\rho: 3x - 2y + z = 0$
  - $M[0; 2; 1]$ ,  $\rho: x - 2y - 2z + 1 = 0$
  - $M[-1; 0; -1]$ ,  $\rho: -x - y + 3z + 2 = 0$
- 4.12 Určete číslo  $r$  tak, aby rovina  $5x - y + z + r = 0$  procházela bodem  $A[4; 2; 7]$ .
- 4.13 Jakou obecnou rovnici má rovina s parametrickým vyjádřením  $x = 1 - t$ ,  $y = -3 + s$ ,  $z = t - s$ ;  $t, s \in \mathbb{R}$ ?
- 4.14 Napište obecnou rovnici roviny, která prochází body  $A[2; 4; 7]$ ,  $B[1; 6; 0]$  a je rovnoběžná s přímkou  $CD$ ,  $C[3; 1; 5]$ ,  $D[-1; 0; 4]$ .

## 4.4 Polohové úlohy v prostoru

### Úlohy

- 4.15 Rozhodněte, zda přímka  $p$  je rovnoběžná, nebo různoběžná s rovinou  $\rho$ . Je-li různoběžná, určete její průsečík s rovinou  $\rho$ :
- $p: x = 1 - t$ ,  $y = t$ ,  $z = 2 - 3t$ ,  $t \in \mathbb{R}$ ,  $\rho: -x + 2y + z - 1 = 0$
  - $p(P, u)$ ,  $P[2; 0; 0]$ ,  $u = (-1; 3; 1)$ ,  $\rho: x + y - z = 4$
  - $p = AB$ ,  $A[2; 1; 0]$ ,  $B[5; -3; 2]$ ,  $\rho: 2x + y - z = 0$
- 4.16 Společným bodem rovin  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  veďte rovinu  $\rho$  rovnoběžnou s rovinou  $\delta$ .
- $$\alpha: 3x - y + z + 1 = 0$$
- $$\beta: -x + 2y - z - 5 = 0$$
- $$\gamma: x = -8 + r - 3s, y = -1 + r, z = 2 + 3s; r, s \in \mathbb{R}$$
- $$\delta: x = 6 - 5t + 3u, y = 2 + 4t - u, z = 1 - t; t, u \in \mathbb{R}$$
- 4.17 Rozhodněte, jakou vzájemnou polohu mají roviny  $\rho$  a  $\sigma$ . Jsou-li různoběžné, určete jejich průsečnici.
- $\rho: 2x - 3y + z - 4 = 0$ ,  $\sigma: 4x + y - 5z + 3 = 0$
  - $\rho: x + 2y - z + 1 = 0$ ,  $\sigma: -2x - 4y + 2z + 3 = 0$
  - $\rho: 2x + 3y - 4z + 2 = 0$ ,  $\sigma: -x - \frac{3}{2}y + 2z - 1 = 0$
- 4.18 Určete vzájemnou polohu přímek  $AB$  a  $CD$ . Jsou-li různoběžné, určete jejich průsečík.
- $A[1; 2; -1]$ ,  $B[3; 0; 1]$ ,  $C[2; -1; 2]$ ,  $D[5; -6; 7]$
  - $A[3; 1; 1]$ ,  $B[1; 2; 2]$ ,  $C[5; 0; 0]$ ,  $D[-1; 3; 3]$
  - $A[1; 0; -1]$ ,  $B[2; 1; 1]$ ,  $C[1; 2; -2]$ ,  $D[0; -1; 2]$
  - $A[3; -1; 2]$ ,  $B[4; 0; 1]$ ,  $C[1; 3; -1]$ ,  $D[3; 5; -3]$
- 4.19 Napište obecnou rovnici roviny, která prochází bodem  $M$  a je rovnoběžná s rovinou  $\rho$ .
- $M[3; 1; 2]$ ,  $\rho: 2x + 3y - z + 1 = 0$
  - $M[1; 1; 0]$ ,  $\rho: x - y - 1 = 0$
- 4.20 Napište obecnou rovnici roviny  $\rho$ , která prochází body  $A$ ,  $B$  a je rovnoběžná s přímkou  $CD$ .
- $A[0; 1; 0]$ ,  $B[-1; 0; 1]$ ,  $C[1; 2; -2]$ ,  $D[0; 3; 0]$
  - $A[3; 1; 1]$ ,  $B[1; 2; -1]$ ,  $C[-1; 4; -2]$ ,  $D[2; -2; 3]$
- 4.21 Jsou dány body  $A[3; 1; 1]$ ,  $B[-1; 2; 0]$ ,  $C[1; 2; 2]$ ,  $D[0; 1; 3]$  a vektor  $w = (2; -2; 1)$ . Určete na přímce  $AB$  bod  $P$  a na přímce  $CD$  bod  $Q$  tak, aby vektor  $w$  ležel na přímce  $PQ$ .

- 4.22 Určete průsečík  $P$  roviny  $\rho$  a kolmice vedené k rovině  $\rho$  z bodu  $M$ .
- $M[5; 5; -2]$ ,  $\rho: 2x + 3y - z + 1 = 0$
  - $M[-2; 0; 8]$ ,  $\rho: -x - y + 2z = 0$
- 4.23 Určete bod  $M'$  souměrný k bodu  $M$  podle roviny  $\rho$
- $M[5; 1; 4]$ ,  $\rho: 2x - y + z - 1 = 0$
  - $M[3; -2; 11]$ ,  $\rho: x - 3z = 0$
- 4.24 Napište parametrické rovnice přímky  $p$ , která prochází bodem  $P$  a je kolmá k rovině  $ABC$ .
- $P[1; -3; 0]$ ,  $A[1; 1; 2]$ ,  $B[2; -1; 0]$ ,  $C[3; 0; -2]$
  - $P[2; 1; -1]$ ,  $A[3; 1; 2]$ ,  $B[1; 2; -1]$ ,  $C[2; -1; 1]$
- 4.25 Napište obecnou rovnici roviny  $\rho$ , která prochází bodem  $A$  a je kolmá k přímce  $p$ .
- $A[1; -1; 1]$ ,  $p: x = 3 - 2t, y = 1 + t, z = -t, t \in \mathbb{R}$
  - $A[2; 3; 1]$ ,  $p: x = 1 - t, y = 2, z = 2t + 2, t \in \mathbb{R}$
- 4.26 Určete vzdálenost  $d$  bodu  $P$  od přímky  $AB$ .
- $P[1; 9; 5]$ ,  $A[1; 2; 4]$ ,  $B[0; 5; 5]$
  - $P[7; -3; 3]$ ,  $A[1; -3; -3]$ ,  $B[4; 3; 3]$
- 4.27 Určete vzdálenost  $d$  bodu  $Q$  od roviny  $\rho$ .
- $Q[2; -2; -2]$ ,  $\rho: 12x + 3y - 4z = 0$
  - $Q[-3; -2; 3]$ ,  $\rho: 2x - y - 2z + 1 = 0$
- 4.28 Určete bod  $M'$  souměrný k bodu  $M$  podle přímky  $AB$ .
- $A[0; 0; -3]$ ,  $B[-6; -2; 1]$ ,  $M[5; 3; -1]$
  - $A[11; -2; 3]$ ,  $B[-1; 1; 0]$ ,  $M[5; 4; -3]$
- 4.29 Napište obecnou rovnici roviny  $\sigma$  tak, aby rovina  $\sigma$  obsahovala přímku  $AB$  a byla kolmá k rovině  $\rho$ .
- $A[5; 5; 3]$ ,  $B[-1; 0; 1]$ ,  $\rho: 2x + 3y + 2z - 1 = 0$
  - $A[1; 1; 3]$ ,  $B[-5; -1; 0]$ ,  $\rho: 6x + 2y - z + 1 = 0$
- 4.30 Jsou dány body  $A[2; 1; -5]$ ,  $B[5; 4; 1]$ ,  $C[0; 3; 4]$ ,  $D[-2; 5; 6]$ . Určete na přímce  $AB$  bod  $P$  a na přímce  $CD$  bod  $Q$  tak, aby přímka  $PQ$  byla kolmá k oběma přímkám  $AB$  a  $CD$ .
- 4.31 Určete odchylku přímek  $AB$  a  $p$ , je-li dáno:  $A[1; 0; 5]$ ,  $B[2; 1; 6]$ ,  $p: x = 1 - t, y = 2 + t, z = 3 - t, t \in \mathbb{R}$ .
- 4.32 Určete odchylky přímky  $AB$  od os souřadnic a ukažte, že součet druhých mocnin jejich kosinů se rovná jedné. Je dáno  $A[1; 0; -3]$ ,  $B[3; 2; 7]$ .
- 4.33 Určete odchylku  $\varphi$  dvou tělesových úhlopříček krychle a odchylku  $\psi$  jedné tělesové úhlopříčky a té stěnové úhlopříčky krychle, která je s ní mimoběžná.
- 4.34 Jsou dány vrcholy čtyřstěnu  $A[6; 0; 0]$ ,  $B[0; 5; 0]$ ,  $C[5; 6; 0]$ ,  $D[2; 3; 8]$ . Určete odchylky všech dvojic jeho mimoběžných hran.
- 4.35 Vypočtete odchylku rovin daných rovnicemi:  $-x + 2y + z + 5 = 0$  a  $x + y + 2z + 7 = 0$ .
- 4.36 Je dána krychle  $ABCD A'B'C'D'$ . Jakou odchylku mají roviny  $ACB'$  a  $ACB$ ? (Soustavu souřadnic zvolte vhodně sami.)
- 4.37 Jsou dány body  $A[2; 0; 5]$ ,  $B[3; -1; 3]$ ,  $C[4; -2; 0]$ ,  $D[5; 2; -1]$ ,  $E[0; 0; 8]$ ,  $F[6; 2; -1]$ . Vypočítejte odchylku:
- rovin  $ABC, DEF$
  - rovin  $ABE, CDF$
  - rovin  $BCD, AEF$
  - rovin  $ACE, DBF$
  - přímky  $BC$  a roviny  $ADE$
  - přímky  $AF$  a roviny  $BCD$
- 4.38 Určete odchylku přímky  $p: x = t, y = 1 + 2t, z = -t, t \in \mathbb{R}$ , a roviny dané obecnou rovnicí.
- $y - z = 5$
  - $x + 3y - 5z - 1 = 0$
  - $8x - y + 3z = 0$