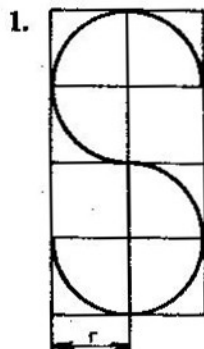


10 Kruh. Kružnice. Válec

10.1 Kruh, kružnice a jejich části



Písmeno S napsané do čtvercové sítě na obrázku 10.1 se skládá ze dvou oblouků kružnic s poloměrem r . Určete poměr délky písmena S a délky kružnice s poloměrem r .

Obr. 10.1

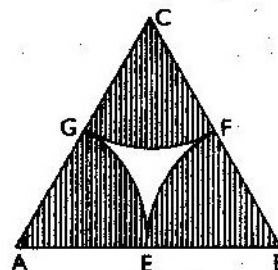
- Sestrojte kružnici $k(S; 2,8 \text{ cm})$ a její průměr XY , na kterém vyznačte bod O tak, aby $O \in SY$ a $|OY| = 1 \text{ cm}$. Bodem O vedte přímku o kolmou k průměru XY . Sestrojte kružnici k' souměrnou s kružnicí k podle osy o .
- Kolik procent obsahu kruhu představuje obsah kruhové výseče, jejíž poloměry svírají úhel 45° a která je podmnožinou tohoto úhlu? (Střed kruhové výseče se kryje s vrcholem úhlu, její poloměry jsou podmnožinami ramen úhlu.)
- Narýsujte kružnici $l(L; 3,2 \text{ cm})$ a vyznačte na ní body M, N , které nejsou krajními body téhož průměru. Sestrojte obrazy M', N' bodů M, N ve středové souměrnosti určené středem L . Body M', N', M, N spojte úsečkami do tvaru čtyřúhelníku. Za které podmínky bude tento čtyřúhelník a) čtvercem, b) obdélníkem?

5. Sekundová ručička hodin dosahuje svým koncem až ke kružnici k , která ohraničuje ciferník. Jakou část kružnice k opíše konec této ručičky při pohybu za

- a) 2 s, b) 15 s, c) 30 s, d) 45 s, e) 50 s, f) 55 s, g) 60 s?

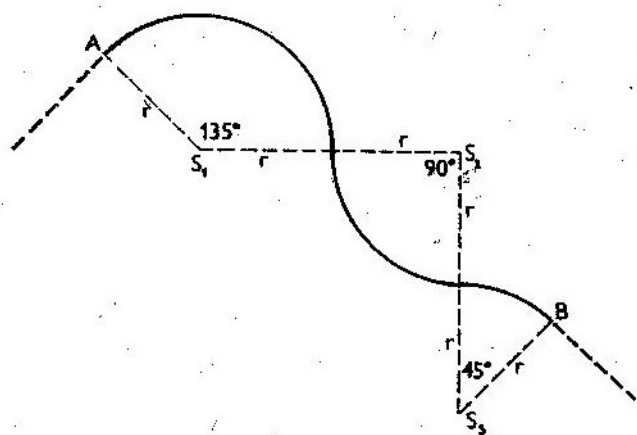
6. Prodejna nábytku N rozváží zákazníkům nábytek nejdále do přímé (vzdušné) vzdálenosti 40 km. Jak byste na příslušné mapě s měřítkem $1 : 500\,000$ vyznačili příslušné rozvozové území?

7. Na obr. 10.2 je narýsován rovnostranný trojúhelník ABC se stranou délky $a \text{ cm}$; E, F, G jsou středy jeho stran. Jakou část obsahu kruhu s poloměrem $\frac{a}{2} \text{ cm}$ zaujímá obsah sjednocení tří šrafovaných kruhových výsečí se středy A, B, C ?



Obr. 10.2

- Představte si, že silnice z místa A do místa B zatáčí po třech obloucích kružnice se stejným poloměrem r . Úhly, které svírají poloměry těchto tří oblouků, mají velikost 135° , 90° a 45° . Bílá čára procházející středem vozovky je zakreslena na obrázku 10.3. Jakou část kružnice s poloměrem r tvoří délka úseku silnice z A do B ?
- Narýsujte libovolný kruh a rozdělte ho na kruhové výseče, jejichž obsahy budou v postupném poměru a) $1 : 2 : 3$, b) $1 : 2 : 3 : 2$.




Obr. 10.3

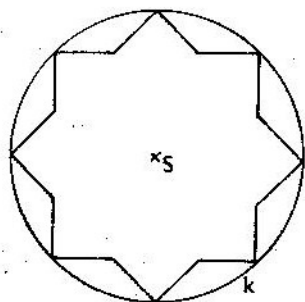
10.2 Vzájemná poloha kružnice a přímky. Vzájemná poloha dvou kružnic

- Jsou dány dvě rovnoběžky a, b , jejichž vzdálenost je 4,5 cm. Sestrojte alespoň jednu kružnici k , pro kterou budou obě přímky tečnami.
- Na kružnici $k_1(S; 2 \text{ cm})$ zvolte bod O . Sestrojte kružnice $k_2(O; 1,5 \text{ cm})$ a $k_3(O; 4 \text{ cm})$. Jaká je vzájemná poloha kružnic a) k_1 a k_2 , b) k_1 a k_3 , c) k_2 a k_3 ?
- Pro kružnice $k_1(S_1; r_1)$, $k_2(S_2; r_2)$ a úsečku $|S_1S_2| = s$ platí:
 - $r_1 = 5 \text{ cm}$, $r_2 = 8 \text{ cm}$, $s = 10 \text{ cm}$
 - $r_1 = 4 \text{ m}$, $r_2 = 3 \text{ m}$, $s = 1 \text{ m}$
 - $r_1 = 7 \text{ dm}$, $r_2 = 9 \text{ dm}$, $s = 18 \text{ dm}$
 - $r_1 = 6 \text{ cm}$, $r_2 = 11 \text{ cm}$, $s = 17 \text{ cm}$
 Určete vzájemnou polohu kružnic k_1 a k_2 .
- Sestrojte kružnici $k(O; 2,5 \text{ cm})$ a její tečny m, n tak, aby svíraly úhel 90° .
- Je dána kružnice $k(S; 3 \text{ cm})$ a přímka p , jejíž vzdálenost od středu

kružnice se rovná 2,5 cm. Sestrojte tečnu t kružnice k rovnoběžnou s přímkou p .

- Určete délku úsečky S_1S_2 , jestliže kružnice
 - $k_1(S_1; 8 \text{ m})$, $k_2(S_2; 4 \text{ m})$ se dotýkají vně;
 - $k_1(S_1; 5 \text{ dm})$, $k_2(S_2; 10 \text{ dm})$ mají vnitřní dotyk.
- Sestrojte kružnice k_1, k_2 s poloměry r_1 a r_2 tak, aby každá z nich procházela středem druhé kružnice. Co platí o vzdálenosti jejich středů S_1, S_2 vzhledem k poloměrům r_1, r_2 ?
- Je dána kružnice $k(S; 3 \text{ cm})$. Sestrojte obdélník $ABCD$ ($|AB| = 15 \text{ mm}$) tak, aby všechny jeho strany byly tětivami kružnice k .
- Narýsujte libovolný trojúhelník ABC a sestrojte kružnici k tak, aby strany AB, BC a CA byly jejími tětivami.
- Bodem A uvnitř libovolného kruhu, jehož hranicí je kružnice k se středem S , sestrojte tětivu XY , která je bodem A půlena.
- Sestrojte kružnici $k(S; 4,8 \text{ cm})$ a její tětivu $|AB| = 9 \text{ cm}$. Dále sestrojte kružnici l , která bude mít s kružnicí k vnitřní dotyk a zároveň se bude dotýkat tětivy AB v jejím středu S' . 
- Sestrojte kružnici $k(S; 3,2 \text{ cm})$ a dva její navzájem kolmé průměry AC a BD . V bodech A, B, C, D sestrojte po řadě tečny t_1, t_2, t_3 a t_4 kružnice k . Průsečky těchto tečen označte K, L, M, N .
 - V rámci rozboru úlohy vyslovte také domněnku o tvaru obrazce $KLMN$. Její pravdivost dokažte a pak proveďte požadovanou konstrukci.
 - Vypočítejte obvod a obsah obrazce $KLMN$.
- Tři kružnice se shodnými poloměry r se navzájem dotýkají. Určete délky stran a velikosti úhlů trojúhelníku, jehož vrcholy jsou
 - středů uvedených kružnic;
 - dotykové body těchto kružnic.

14. Narýsujte přímku m a mimo ní zvolte bod O . Sestrojte kružnici k se středem O tak, aby vytínala na přímce m tětivu AB takovou, že platí $|\angle AOB| = 60^\circ$.
15. Je dána kružnice $k(S; 2,5 \text{ cm})$ a přímka p , která ji neprotíná. Sestrojte tečnu t této kružnice, která s přímkou p svírá úhel 60° .
16. Je dána kružnice $k(S; 1,8 \text{ cm})$ a bod L tak, že $|SL| = 3,5 \text{ cm}$. Sestrojte kružnici l se středem L tak, aby
a) se kružnice k dotýkala vně;
b) s kružnicí k měla vnitřní dotyk.
17. Narýsujte dvě kružnice s poloměry 3 cm a 2 cm tak, aby jejich společná tětiva měla největší možnou délku.
18. Podle obr. 10.4 sestrojte osmicípou hvězdu do kružnice $k(S; 4,5 \text{ cm})$. Pokuste se tuto hvězdu doplnit o další geometrické útvary s využitím středu S , například úsečky, trojúhelníky, a vzniklé plošky vyšrafovat nebo vybarvit. K jakému účelu by se výsledný dekorativní obrázek mohl využít?



Obr. 10.4

10 KRUH. KRUŽNICE. VÁLEC

10.1 Kružnice, kruh a jejich části

1. 3 : 2. 3. 12,5 %. 4. a) $ML \perp NL$; b) ML a NL nejsou na sebe kolmé. 5. a) $\frac{1}{30} k$; b) $\frac{1}{4} k$; c) $\frac{1}{2} k$; d) $\frac{3}{4} k$; e) $\frac{5}{8} k$; f) $\frac{11}{12} k$; g) k . 6. Kruhem ohraničeným kružnicí $k(N; 8 \text{ cm})$. 7. Polovinu kruhu. 8. $\frac{3}{4}$ kružnice s poloměrem r . 9. Kruh se rozdělí: a) na 6 shodných výsečí jako při konstrukci šestiúhelníku; b) na 8 shodných výsečí jako při konstrukci osmiúhelníku.

10.2 Vzájemná poloha kružnice a přímky. Vzájemná poloha dvou kružnic

2. a) k_1, k_2 se protínají ve dvou bodech; b) k_1, k_3 mají vnitřní dotyk; c) k_2, k_3 nemají žádný společný bod (soustředné kružnice). 3. a) k_1, k_2 se protínají ve dvou bodech; b) k_1, k_2 mají vnitřní dotyk; c) k_1, k_2 nemají žádný společný bod; d) kružnice k_1 se dotýká vně kružnice k_2 . 6. a) 12 m; b) 5 dm. 7. $|S_1 S_2| = r_1 = r_2$. 10. $SA \perp XY$; 1 řešení. 11. 2 kružnice, jejich středy leží na kolmici SS' k tětivě AB ; součet průměrů obou kružnic se rovná 9,6 cm. 12. a) $KLMN$ je čtverec, jehož strana má délku 6,4 cm; b) $\sigma = 25,6 \text{ cm}$, $S = 40,96 \text{ cm}^2$. 13. a) Rovnostranný trojúhelník se stranou délky $2r$; b) rovnostranný trojúhelník

176

- ník se stranou délky r . 14. Bodem O vedeme přímku n ($n \perp m$); $n \cap m = \{S\}$; polopřímku OX tak, že $|\angle SOX| = 30^\circ$; $OX \cap m = \{B\}$; bod A tak, že $A \in m$ a $SA \cong SB$; 1 řešení. 15. Narýsujeme přímku m tak, aby s přímkou p svírala úhel 60° . Bodem S vedeme přímku n ($n \perp m$); $n \cap k = \{T_1, T_2\}$; body T_1, T_2 vedeme rovnoběžky s přímkou m ; 2 řešení. 16. a) l_1 ($L; 1,7 \text{ cm}$); b) l_2 ($L; 5,3 \text{ cm}$). 17. Společná tětiva dvou kružnic s danými poloměry má největší možnou délku rovnou průměru menší z nich, tj. 4 cm.