Souřadnice bodů, vektory a operace s nimi

1) Zakreslete kartézskou soustavu souřadnic O*xyz* ve volném rovnoběžném promítání. Na každé ose označte bod odpovídající číslu 1.
   a) Zobrazte body A[-1;2;3], B[-1;5,-2] a C[2,-3;4].
   b) Určete délky úseček AB a BC.
   c) Určete souřadnice středu úsečky AB.
   d) Určete souřadnice bodu X tak, aby bod A byl středem úsečky CX.

2) Jsou dány body R[3; -2], S[-4; 5], T[2; 1]. Urči souřadnice bodu X tak, aby čtyřúhelník RSTX byl rovnoběžník.

3) V rovnoběžnostěnu $ABCDA_1B_1C_1D_1$ známe souřadnice bodů A[2; -3; 1], B[3; -4; 2], D[4; 2; -3], A_1[5; 3; 4]. Vypočítej souřadnice vrcholů C a D_1.

4) Jsou dány dva vrcholy trojúhleníku ABC a jeho těžiště T, určete souřadnice třetího vrcholu. A[4;8], B[-4; 0], T[1; -5].

5) Jsou dány vrcholy trojúhleníku ABC určete souřadnice jeho těžiště T. A[-2;3;1], B[0; 2; 2], C[2;-8;2].

6) Je dán vektor $\vec{u}$ = (7; -1). Určete vektor $\vec{v}$ tak, aby platilo: $\vec{v} \parallel \vec{u} \wedge |\vec{v}| = 10$.

7) Vypočítej velikost vektoru $\vec{u}$ = (4; -3; 5).

8) Urči číslo y∈**R** tak, aby velikost vektoru $\vec{z}$ = (6; y) byla 10.

9) Jsou dány vektory $\vec{u}$ = (4; 2), $\vec{v}$ = (-1; 2). Vypočítej souřadnice a velikost vektoru
   $\vec{w} = \frac{1}{2}\vec{u} + 3\vec{v}$

10) Je dán vektor $\vec{u}$ = (3; 2). Urči k∈**R** tak, aby pro vektor $\vec{v}$ = (k; -2) platilo
    $|3\vec{u} + \vec{v}| = 5$.

11) Jsou dány body K[1; 2; 3], L[-4; 5; 6], M[4;3;2] Určete reálná čísla *m, n, k, p* tak, aby body R[0; *m*; *n*] S[*k*; *p*; 6] ležely na přímce KL.

12) Vypočítej skalární součin vektorů $\vec{u}$ = (1; 1; 3), $\vec{v}$ = (2;1; -1).

13) Vypočítej skalární součin vektorů $\vec{u}$ a $\vec{v}$, jejichž úhel je φ = 60° a platí $|\vec{u}| = 1$, $|\vec{v}| = 2$.

14) Vypočítej skalární součin vektorů $\vec{u}$ a $\vec{v}$, jejichž úhel je φ = 135° a platí $|\vec{u}| = 3$, $|\vec{v}| = \frac{1}{2}$

15) Vypočítejte úhel vektorů : $\vec{u}$ = (1;1), $\vec{v}$ = (-1, 1)

16) Vypočítejte úhel vektorů : $\vec{u}$ = (0; 1; 2), $\vec{v}$ = (3; 3;-1)

17) Vypočítejte velikosti vnitřních úhlů trojúhelníku ABC. A[0;1], B[-1; 2], C[1; 3].

18) Vypočítejte velikosti vnitřních úhlů trojúhelníku ABC. A[1;1;1], B[-1; 0; 2], C[3; 1; 2]

19) Určete vektorový součin vektorů $\vec{u}, \vec{v}$, jestliže platí: $\vec{u}=(-2,-3,1), \vec{v}=(3,4,-2)$

20) Užitím vektorového součinu vypočítejte obsah rovnoběžníku určeného vektory
    $\vec{u}=(-2,-3,2), \vec{v}=(3,4,-2)$

21) Jsou dány vektory $\vec{u}=(2;3;4), \vec{v}=(-2;m;0)$. Určete hodnotu parametru m∈**R** tak, aby platilo:
    $\|\vec{u} \times \vec{v}\| = 4\sqrt{6}$

22) Určete vektorový součin vektorů $\vec{u}, \vec{v}$, jestliže platí: $\vec{u}=(0,1,3), \vec{v}=(1,0,2)$

23) Užitím vektorového součinu vypočítejte obsah trojúhelníku s vrcholy A[1,3,1], B[4,1,3], C[1,4,-1]

24) Jsou dány vektory $\vec{u}=(3;-1;0), \vec{v}=(9;-3;2)$. Určete souřadnice vektoru $\vec{z}$ tak, aby platilo

$\vec{z} \perp \vec{u} \wedge \vec{z} \perp \vec{v} \wedge |\vec{z}| = 1$

25) Určete vektorový součin vektorů $\vec{u}, \vec{v}$, jestliže platí: $\vec{u} = (2, -1, 3), \vec{v} = (4, -2, 6)$

26) Vypočítejte obsah rovnoběžníku KLMN, jestliže znáte souřadnice vrcholů K,L,M. Vypočítejte souřadnice vrcholu N. K[2,0,1], L[1,-1,3], M[4,2,1]

27) Vypočítejte obvod a obsah trojúhelníku RST, jsou-li souřadnice vrcholů R[4;1;0], S[4;-2;-3], T[1;-2;0].

28) Vypočítejte obsah rovnoběžníku KLMN, jestliže znáte souřadnice vrcholů K,L,M. Vypočítejte souřadnice vrcholu N. K[1,3], L[2,0], M[4,-1].

29) Užitím vektorového součinu vypočítejte obsah trojúhelníku s vrcholy A[4,0,-1], B[2,4,-1], C[5,3,4]

30) Vypočítejte vnitřní úhel ∠ RST trojúhelníku RST, jsou-li souřadnice vrcholů R[4;1;0], S[4;-2;-3], T[1;-2;0].

31) Užitím vektorového součinu vypočítejte obsah trojúhelníku s vrcholy A[2,-1], B[-1,4], C[3,-2]

32) Vypočítejte vnitřní úhel ∠ STR trojúhelníku RST, jsou-li souřadnice vrcholů R[4;1;0], S[4;-2;-3], T[1;-2;0].

33) Určete vektorový součin vektorů $\vec{u}, \vec{v}$, jestliže platí:
$\vec{u} = B - A, \vec{v} = C - A, A[-3, 4, 6], B[-5, 3, 7], C[0, 8, 4]$

34) Užitím vektorového součinu vypočítejte obsah trojúhelníku s vrcholy A[3,-6,5], B[4,8,1], C[5,22,-3]

35) Vypočítejte vnitřní úhel ∠ TRS trojúhelníku RST, jsou-li souřadnice vrcholů R[4;1;0], S[4;-2;-3], T[1;-2;0].

36) Užitím vektorového součinu vypočítejte obsah trojúhelníku s vrcholy
$A[\sqrt{6}; 1-\sqrt{6}; -3+2\sqrt{6}], B[\sqrt{6}, 2-\sqrt{6}; 2\sqrt{6}], C[2+\sqrt{6}; 2+2\sqrt{6}; \sqrt{6}]$

37) Vypočítejte povrch a objem čtyřstěnu ABCD, je.li dáno A[3,1,-2], B[-1;1;-2], C[1;6;10], D[3;4;-2]

Řešení:

1) b) $|AB| = \sqrt{34}$ $|BC| = \sqrt{109}$ c) $S_{AB}[-1; \frac{7}{2}; \frac{1}{2}]$ d) X[-4;7;2]
2) X[9;-6]
3) C[5;1;-2], D_1[7;8;0]
4) C[3;-23]
5) T[0; -1; 1]
6) $\vec{v} = (7\sqrt{2}; -\sqrt{2})$
7) $|\vec{u}| = 5\sqrt{2}$
8) $y_1 = 8$, $y_2 = -8$
9) $\vec{w}$ = (-1;7)
10) $k_1 = -6$, $k_2 = -12$
11) k = -4; p = 5, m = $\frac{13}{5}$, n = $\frac{18}{5}$
12) 0
13) 1
14) $\frac{-3\sqrt{2}}{4}$
15) φ = 90°
16) φ = 84,11°
17) α = 71°33'54" , β = 71°33'54", γ = 36°52'12"
18) α = 123°12'39" , β = 26°59'3", γ = 29°48'18"
19) (2,-1,1)
20) S = 3
21) m1 = -1; $m_2 = \frac{-1}{5}$
22) (2,3,-1)
23) S = 3,5
24) $\vec{z} = (\frac{\pm\sqrt{10}}{10}; \pm 3\frac{\sqrt{10}}{10}; 0)$
25) (0,0,0)
26) N[5,3,-1], S = $4\sqrt{2}$
27) O = $9\sqrt{2}$