

ELIPSA

1. Načrtněte elipsu (určete délku poloos a , b , excentricitu e , souřadnice středu S , souřadnice ohnisek E , F , jestliže znáte její rovnici:
 - a) $4x^2 + 9y^2 = 36$
 - b) $25x^2 + y^2 = 100$
 - c) $(x-1)^2 + 2(y+3)^2 = 1$
2. Zjistěte, zda rovnice $4x^2 + 9y^2 - 8x - 36y + 4 = 0$ je analytickým vyjádřením elipsy. Je-li tomu tak, určete délku poloos a , b , excentricitu e , souřadnice středu S , souřadnice ohnisek E , F .
3. Jakou rovnici má elipsa, která se dotýká souřadnicových os, její osy jsou rovnoběžné se souřadnicovými osami a
 - a) střed má souřadnice $S[6; -4]$
 - b) osy x se dotýká v bodě $R[-4; 0]$ a osy y v bodě $Q[0; 5]$.
4. Do elipsy $x^2 + 3y^2 = 36$ vepište rovnostranný trojúhelník KLM tak, aby vrchol K splýval s hlavním vrcholem elipsy a vrcholy L, M ležely na dané elipse. Vypočítejte souřadnice vrcholů trojúhelníku KLM a jeho stranu.
5. Určete vzájemnou polohu přímky $p: 2x + y - 6 = 0$ a kuželosečky $4x^2 + y^2 = 20$
6. Určete délku tětiny, kterou vytíná elipsa $2x^2 + y^2 = 8$ na přímkou $y = x - 2$.
7. Jsou dány body $M[-1; 0]$, $N[1; 0]$. Vyšetřete množinu všech bodů X v rovině, pro které platí: $|XM| + |XN| = 6$
8. Napište rovnice tečen, které lze sestavit z bodu M k dané kuželosečce. Určete souřadnice bodů dotyku T_1, T_2 : $M[0; 0]$, $x^2 + 2y^2 - 8x + 4y + 12 = 0$

Výsledky:

- 1 a) $[S[0; 0], a=3, b=2, e=\sqrt{5}, E[\sqrt{5}; 0], F[-\sqrt{5}; 0]]$
- 1 b) $[S[0; 0], a=10, b=2, e=4\sqrt{6}, E[0; 4\sqrt{6}], F[0; -4\sqrt{6}]]$
- 1 c) $[S[1; -3], a=1, b=\frac{\sqrt{2}}{2}, e=\frac{\sqrt{2}}{2}, E[1+\frac{\sqrt{2}}{2}; -3], F[1-\frac{\sqrt{2}}{2}; -3]]$
- 2) $[S[1; 2], a=3, b=2, e=\sqrt{5}, E[1+\sqrt{5}; 2], F[1-\sqrt{5}; 2]]$
- 3 a) $\left[\frac{(x-6)^2}{36} + \frac{(y+4)^2}{16} = 1 \right]$
- 3 b) $\left[\frac{(x+4)^2}{16} + \frac{(y-5)^2}{25} = 1 \right]$
- 4) $K_1[-6; 0], L_1[0; -2\sqrt{3}], M_1[0; 2\sqrt{3}], K_2[6; 0], L_2[0; -2\sqrt{3}], M_2[0; 2\sqrt{3}], strana = 4\sqrt{3}$
- 5) p je sečna elipsy, $P_1[2; 2], P_2[1; 4]$
- 6) $\frac{8}{3}\sqrt{2}$
- 7) elipsa, $8x^2 + 9y^2 = 72$
- 8) $y = -x, T[2; -2], y = \frac{1}{5}x, T[\frac{10}{3}; \frac{2}{3}]$