Odchylka přímek v rovině a prostoru + další metrické úlohy v rovině

1) Urči odchylku přímek p, q: $p: \begin{matrix} x = 1 + 2t \\ y - 3 - 3t, t \in R \end{matrix}$, $q = \{[2 \quad t; 3 + t], t \in R\}$.
2) Urči odchylku přímek $p : 2x - y + 3 = 0$ a $q : 3x + 2y - 1 = 0$.
3) Urči odchylku přímek AB a p. $A[-3;1]$, $B[1;2]$, $p : 2x - y + 3 = 0$.
4) Je dána přímka $p : x - 3y - 2 = 0$. Najdi přímku q, která prochází bodem $Q[1;1]$, jejíž odchylka od přímky p je $45°$.
5) Jsou dány body $A[1;3]$, $B[-4;-1]$ a $V[-3;1]$. Najdi obecnou rovnici osy úhlu AVB.
6) Jsou dány přímky $p: y = kx + 2, q: y = \frac{\sqrt{3}}{3}x - 1$. Určete směrnici $k \in$ R přímky p tak, aby odchylka přímek p, q byla 30°.
7) Je dána přímka q: y = -2x + 5. Určete rovnici přímky p procházející počátkem soustavy souřadnic tak, aby odchylka přímek p, q byla 45°.
8) Jsou dány přímky $p(A;\boldsymbol{u})$ a $q(B;\boldsymbol{v})$. Urči jejich odchylku, je-li dáno: $A[2;2;-1]$, $\boldsymbol{u} = (-1;2;3)$, $B[3;0;2]$, $\boldsymbol{v} = (2;1;1)$.
9) Je dán pravidelný čtyřboký jehlan $ABCDV$, $|AB| = a = 4$, $|SV| = v = 5$. Urči odchylku přímek AB a DV.
10) Je dána přímka $p = \{[1+3t; 2-3t; 4t], t \in R\}$. Vypočtěte odchylku α přímky p od osy x, odchylku β přímky p od osy y, odchylku γ přímky p od osy z. Dokažte, že platí: $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$.
11) Je dána přímka $p : 2x - y + 1 = 0$. Najdi přímku, která je s přímkou p středově souměrná podle středu $S[-2;1]$.
12) Najdi obraz B bodu $A[4;-4]$ v osové souměrnosti podle osy $o : x - 3y + 4 = 0$.
13) Na přímce $p : 3x - 4y - 2 = 0$ najdi body, jejichž vzdálenost od bodu $S[2;1]$ je 5.
14) Najdi bod tak, aby byl trojúhelník ABC pravoúhlý s přeponou AB, kde $A[-3;2]$, $B[7;-3]$, a aby platilo $|AC| = 5$.
15) Najdi vrcholy trojúhelníka ABC, pokud známe: obecné rovnice dvou stran $b: x - 2y + 7 = 0$ a $c: x + y + 1 = 0$ a velikosti výšek $v_b = \frac{21\sqrt{5}}{5}$, $v_c = 3\sqrt{2}$.
16) Najdi přímku rovnoběžnou s osou I a III kvadrantu vzdálenou od bodu $A[-1;2]$ $2\sqrt{2}$.
17) Které z přímek, procházejících bodem $T[-1;1]$ mají od bodu $K[6;2]$ vzdálenost 5?
18) Jsou dány body $A[-3;1]$, $B[5;-3]$; $C[4;1]$; $D[0;3]$. a) Dokaž, že body A, B, C, D určují lichoběžník. b) Vypočti velikost úhlu α. c) Urči výšku lichoběžníku.
19) Najdi vrcholy obdélníku $ABCD$, pokud znáš souřadnice bodů $A[0;-2]$, $C[6;6]$ a rovnici přímky $p : x - 3y - 12 = 0$, na které leží bod B.
20) Urči vrcholy čtverce pokud znáš souřadnice středu čtverce $S[-1;0]$ a rovnici přímky $p : x - 2y + 6 = 0$, na které leží strana CD.
21) Je dán ostroúhlý trojúhelník ABC, $c = 7$cm, $b = 5$cm, $v_c = 4$cm. Urči výšku v_b.

Řešení:

1) $\varphi = 11°19'$
2) $\varphi = 60°15'$
3) $\varphi = 49°24'$
4) $q_1 : x + 2y - 3 = 0$ a $q_2 : 2x - y - 1 = 0$
5) $x + y + 2 = 0$
6) $k \in \{0, \sqrt{3}\}$
7) $y = 3x,\ y = -\frac{1}{3}x$
8) $70°54'$
9) $69°38'$
10) $53°58'$, $78°41'$, $38°20'$
11) $2x - y + 9 = 0$
12) $B = [0;8]$
13) $X_1\,[6;4]$; $X_2\,[-2;-2]$
14) $C_1[-3;-3]$, $C_2[1;5]$
15) Podmínky zadání splňují všechny trojúhelníky ABC, které získáme kombinací vrcholů $A[-3;2]$, $B_1[-10;9]$, $B_2[4;-5]$, $C_1[1;4]$, $C_2[-7;0]$. Příklad má tedy $1 \cdot 2 \cdot 2 = 4$ řešení.
16) $x - y + 3 = 0$ a $x - y - 5 = 0$
17) $p : 4x - 3y + 7 = 0$, $_2p : 3x + 4y - 1 = 0$
18) $\alpha = 60°15'$, $v = \frac{7\sqrt{5}}{5}$
19) $B_1\,[3;-3]$, $D_1\,[3;7]$ nebo $B_2\,[6;-2]$, $D_2\,[0;6]$
20) $A[-2;-3]$, $B[2;-1]$, $C[0;3]$, $D[-4;1]$
21) $v_b = 28/5$ cm